

Fomento del pensamiento complejo para el desarrollo de competencias profesionales en un curso de Estadística Actuarial

Javier Trejos Zelaya



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



innova**CESAL**



Proyecto cofinanciado
por la Unión Europea



UNIVERSIDAD VERACRUZANA
Proyecto coordinado por
la Universidad Veracruzana,
México

2011



Proyecto cofinanciado
por la Unión Europea



Universidad Veracruzana

Proyecto coordinado
por la Universidad Veracruzana,
México

«La presente publicación ha sido elaborada con la asistencia de la Unión Europea. El contenido de la misma es responsabilidad exclusiva de los autores y en ningún caso refleja los puntos de vista de la Unión Europea».



Esta obra está bajo la licencia de Reconocimiento-No comercial – Sin trabajos derivados 2.5 de Creative Commons. Puede copiarla, distribuirla y comunicarla públicamente, siempre que indique su autor y la cita bibliográfica; no la utilice para fines comerciales; y no haga con ella obra derivada.

Fomento del pensamiento complejo para el desarrollo de competencias profesionales en un Curso de estadística actuarial

Javier Trejos Zelaya¹

Marzo 2011

Resumen

Se presentan los elementos que dieron lugar a una intervención en el aula donde se ha trabajado en el modelamiento de situaciones actuariales fomentando el pensamiento complejo para el desarrollo de ciertas competencias profesionales a lo largo del curso semestral. Además de la exposición de contenidos típicos de un curso avanzado de estadística actuarial, se trabajó con lecturas complementarias, cálculos exploratorios y la elaboración de reportes. Se empleó un recurso de intermediación virtual para el intercambio de información entre el docente y los estudiantes.

Palabras clave: Estadística actuarial; cálculo de primas; estadística bayesiana; uso de TIC.

1. Contexto de la intervención

El curso de Estadística Actuarial II, sigla CA-403, está ubicado en el 4º año de la carrera de Ciencias Actuariales de la Universidad de Costa Rica. Es un curso semestral, donde el semestre consiste en 15 semanas de clases más dos semanas para evaluaciones finales. Tiene 5 horas semanales de clases presenciales.

Los estudiantes llegan al curso habiendo aprobado 3 años de la carrera, en la que han recibido una formación en matemáticas (cálculo, análisis matemático básico, álgebra, probabilidad, estadística descriptiva, análisis numérico) y en actuariado (teoría del interés, cálculo actuarial, modelos de vida, calibración de tablas). Tienen un buen manejo del método deductivo de demostración matemática y un buen manejo de herramientas computacionales de cálculo.

El curso tradicional de estadística actuarial sigue el esquema típico “definición-teorema-demostración-ejercicio” de los cursos de matemática, sin que necesariamente el estudiante perciba la probabilidad como una modelación de la incertidumbre y el riesgo. El presente curso es continuación de un primer semestre introductorio a la estadística actuarial, el cual a su vez es posterior a un curso introductorio de probabilidad.

Se quiere ofrecer un curso con diversas actividades sensibilicen enal estudiante en la modelación de la incertidumbre y el riesgo, de manera que se puedan desarrollar distintas competencias necesarias para el ejercicio profesional del actuario, además de introducir una serie de actividades típicas de la investigación en matemática, como la revisión bibliográfica, la elaboración de cálculos exploratorios, y la elaboración de reportes de lectura y de experimentación (para una descripción detallada de la vinculación docencia/investigación, ver Trejos (2011) en [11]).

El curso introductorio a la probabilidad que se ha mencionado, el cual tiene sigla MA-840, está pensado para estudiantes con entrenamiento en el pensamiento lógico matemático, con el fin de justificar adecuadamente la naturaleza de las variables aleatorias. Se estudian los elementos principales de las variables aleatorias (v.a.) discretas y continuas, desigualdades importantes, para pasar a abordar las funciones útiles como funciones características, generatrices, y generatrices de momentos. Finalmente,

¹ Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
E-Mail: javier.trejos@ucr.ac.cr

se revisan varios tipos de convergencia: en ley o en distribución, en probabilidad, en media cuadrática o L2, y casi segura.

El curso introductorio de estadística actuarial, con sigla CA-303, inicia con una revisión de los elementos de la estadística descriptiva (elaboración de cuadros y gráficos, elaboración de distribuciones de frecuencias, cálculos simples univariados y bivariados), pasando al estudio de cantidades útiles en el cálculo actuarial (funciones de supervivencia y azar, función de vida residual media, distribución estacionaria de renovación, transformaciones en reaseguros, y mezclas). Se sigue con los principales elementos de la estimación estadística (tipos de estimación y de estimadores, intervalos de confianza, pruebas de hipótesis para un valor o la comparación de dos valores, análisis de la varianza con un factor).

Este curso CA-303 fue desarrollado en el II semestre de 2009 por el autor, introduciendo ya algunos elementos que fueron desarrollados también en el curso aquí descrito de Estadística Actuarial II (CA-403): uso de paquetería computacional libre, revisión de bibliografía asociada a los temas del curso. Sin embargo, las ideas sobre la intervención estaban apenas esbozadas y realmente no fueron implementadas a fondo. No hubo un seguimiento a los cambios introducidos y la evaluación de los estudiantes estuvo basada según un esquema tradicional de dos exámenes parciales y un examen final, además de cinco tareas y dos exposiciones.

A manera de comparación, los cursos de Estadística Actuarial I y II se desarrollaban según el esquema tradicional, con exposición por parte del docente de los temas, la ejecución de ejercicios de práctica, y la realización de los exámenes. Los temas abordados eran: 1. La distribución normal multivariada (distribuciones condicionadas, independencia, formas cuadráticas); 2. Inferencia estadística (con todo su formalismo matemático para introducir los conceptos de intervalo de confianza y prueba de hipótesis, basándose en el concepto de estructuras dominadas y completas, y suficiencia estadística); 3. Pruebas de hipótesis (también basado en todo el formalismo matemático); 4. Estimación de parámetros (univariada y multivariada, incluyendo el estudio de la eficiencia); 5. Complementos de la teoría de pruebas de hipótesis.

Este esquema tradicional resulta –creemos nosotros– poco eficiente para una carrera como la matemática actuarial, –la cual requiere de intensos cálculos de riesgos, primas y tarifas– ya que tanto formalismo matemático implica una dedicación de tiempo importante, y resulta que no hay tiempo suficiente en el curso para dedicarle a temas relacionados con las situaciones a las que se enfrentarán los futuros profesionales en actuariado, particularmente en cuanto al cálculo de riesgos.

2. Descripción de la intervención

Tomando en cuenta las consideraciones del último párrafo de la sección anterior, se decidió plantear un curso que resulte útil para los estudiantes en su carrera, y que también trate de sacar provecho a todo el potencial que se tiene actualmente. Por ello, se planteó este curso para el fomento del pensamiento complejo, para el desarrollo de una competencia profesional específica que se describe adelante, con el uso de tecnologías de información y comunicación.

2.1 Planteamiento de la estrategia

2.1.1 Competencia profesional

Se pretende desarrollar la siguiente competencia profesional específica siguiendo la estrategia aquí descrita: al finalizar el curso, el estudiante analiza y modela fenómenos aleatorios en los que se involucre el riesgo para describir, predecir y facilitar la toma de decisiones de acuerdo con las características y naturaleza de los fenómenos actuariales.

Esta forma de plantear la competencia, según Tobón [11], tiene las siguientes componentes:

- *Desempeño*: “Analiza y modela”, son las acciones que se desea que hagan los estudiantes.
- *Objeto conceptual*: “fenómenos aleatorios en los que se involucre el riesgo”, es el objeto de interés en este curso.
- *Finalidad*: “para describir, predecir y facilitar la toma de decisiones”, es la finalidad en el desempeño profesional de los futuros graduados.
- *Condición de referencia*: “de acuerdo con las características y naturaleza de los fenómenos actuariales”, es el marco de referencia del trabajo de los profesionales de esta carrera.

También se trató de desarrollar una serie de competencias transversales (capacidad de síntesis en exposición oral y en redacción de reportes, búsquedas bibliográficas, etc.) que se describen con detalle en el documento sobre vinculación docencia/investigación, ver Trejos (2011),[11].

2.1.2 Criterios de desempeño

Los principales desempeños que se espera formar durante la experiencia son:

a) **Saber conocer.**

Al finalizar el curso, el estudiante:

- Conoce de las teorías estadísticas, tanto en ajuste de modelos como en el enfoque bayesiano, para modelar fenómenos aleatorios donde se involucra el riesgo actuarial.
- Conoce las bondades y limitaciones de cada teoría estadística, así como su campo de acción.
- Identifica el modelo probabilístico que se debe utilizar en un contexto actuarial, y hace los cálculos pertinentes a partir del modelo y los datos.

b) **Saber hacer.**

Al finalizar el curso, el estudiante:

- Aplica distintas técnicas estadísticas según sea la naturaleza de los datos y el objetivo del análisis.
- Demuestra propiedades matemáticas de los modelos estadísticos actuariales.
- Utiliza software estadístico especializado para la modelación en estadística y probabilidad.
- Modela numéricamente una situación actuarial, tanto en seguros como en pensiones.
- Elabora los cálculos pertinentes para una evaluación de los riesgos actuariales con base en datos estadísticos
- Hace un reporte con los resultados de los análisis estadísticos desarrollados.
- Evalúa computacionalmente un modelo numérico de acuerdo con los datos que se tengan a disposición.
- Compara distintos modelos matemáticos de situaciones actuariales para escoger el mejor de acuerdo con los datos a disposición.
- Calcula tarifas para distintos seguros de acuerdo con los datos que se tengan a disposición.

b) **Saber ser.**

Al finalizar el curso, el estudiante:

- Trabaja de manera rigurosa en la elaboración, evaluación y reporte de los datos, de manera que los resultados reportados corresponden efectivamente a los datos recogidos.
- Utiliza los datos tal como fueron recogidos o medidos, sin modificarlos.
- Reporta la información contenida en los datos, sin dar resultados que no tengan sustento en las mediciones.

- Presenta transparentemente las consecuencias, tanto positivas como negativas, de los resultados que se deriven de la aplicación de un modelo.
- Es consciente de las limitaciones de un modelo, como simplificación de la realidad.
- Respeto la labor y los modelos propuestos o elaborados por los compañeros de trabajo.
- Es consciente del lugar que tienen la matemática y el azar en la sociedad.

2.2 Mediación docente

La intervención del profesor se basa en las acciones que se describen a continuación.

2.2.1 Clase magistral

El profesor expone los elementos más importante de la teoría basado en el texto [6] y en otras referencias. Esta exposición es basada en las definiciones, propiedades teóricas generalmente con su demostración, y ejemplos de ilustración, de los modelos estadísticos más usados en actuariado, tanto en ajuste de modelos como en el enfoque bayesiano. Esta exposición se hizo a través de láminas *Microsoft*® *Power Point* o *Beamer* basadas en el libro de texto escogido y elaboradas por el profesor. De hecho, se recomienda el uso de *Beamer* en estos casos ya que, por emplear el código LaTeX, permite editar las fórmulas matemáticas y manejar las referencias cruzadas de manera muy eficiente, mejor que *Power Point*. En las Figuras 1 y 2 se ilustran dos láminas elaboradas con *Beamer*. En la Figura 3 se ilustra una lámina elaborada con *Power Point*.

Por otra parte, se orientó a los estudiantes sobre las secciones de lectura y estudio independiente, tanto en el libro de texto como en otros libros escogidos. En particular, el capítulo sobre Estadística Bayesiana, luego de una introducción por parte del profesor, se dividió en 4 partes para ser expuestas por parte de los alumnos. Estas exposiciones resultaron ser muy buenas, ya que los estudiantes buscaron elementos complementarios que hicieron de las presentaciones algo muy interesante y de buena calidad.

The image shows a Beamer presentation slide. The title is "Estimación de la distribución binomial negativa" in blue. Below the title is the subtitle "Estimadores de momentos". The slide contains the following text and formulas:

- Se tiene

$$Pr(X = x) = \binom{x+r-1}{x} p^r (1-p)^x, x = 0,$$
- Estimador de momentos: el sistema

$$\begin{cases} E(X) = \bar{X} = \frac{r(1-p)}{p} \\ \text{Var}(X) = S_X^2 = \frac{r(1-p)}{p^2} \end{cases}$$
- tiene solución

$$\hat{p} = \frac{\bar{X}}{S_X^2}$$

$$\hat{r} = \frac{(\bar{X})^2}{S_X^2 - \bar{X}}$$

On the right side of the slide, there is a vertical navigation menu with the following items: "Estimación, Selección y Validación de Modelos", "Javier Trejos", "Distribución de Poisson", "Distribución binomial negativa", "Distribución logarítmica", "Distribución log-normal", "Distribución gamma", "Distribución de Pareto tipo I", "Distribución de Pareto tipo II", "Distribución inversa gaussiana", "Distribuciones de extremos", and "Selección y validación de modelos". At the bottom of the slide, there are navigation icons.

Figura 1. Ejemplo de lámina elaborada con el paquete Beamer.

Prima de riesgo, colectiva y Bayes
Ejemplo 12.1 (cont.)

Tarificación
Javier Trejos
Principios de cálculo de prima
Prima de riesgo, colectiva y Bayes
La teoría de la credibilidad

4. Sean X_1 y X_2 dos tipos de riesgos independientes:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(X_1 + X_2) &= \\ &= \frac{E_f[(X_1 + X_2)e^{\alpha(X_1+X_2)}]}{E_f[e^{\alpha(X_1+X_2)}]} \\ &= \frac{E_f(X_1e^{\alpha X_1}e^{\alpha X_2}) + E_f(X_2e^{\alpha X_1}e^{\alpha X_2})}{E_f[e^{\alpha(X_1+X_2)}]} \\ &= \frac{E_f(X_1e^{\alpha X_1})E_f(e^{\alpha X_2}) + E_f(X_2e^{\alpha X_2})E_f(e^{\alpha X_1})}{E_f(e^{\alpha X_1})E_f(e^{\alpha X_2})} \\ &= \frac{E_f(X_1e^{\alpha X_1})}{E_f(e^{\alpha X_1})} + \frac{E_f(X_2e^{\alpha X_2})}{E_f(e^{\alpha X_2})} \\ &= \mathcal{H}(X_1) + \mathcal{H}(X_2) \end{aligned}$$

Figura 2. Ejemplo de lámina elaborada con el paquete Beamer.

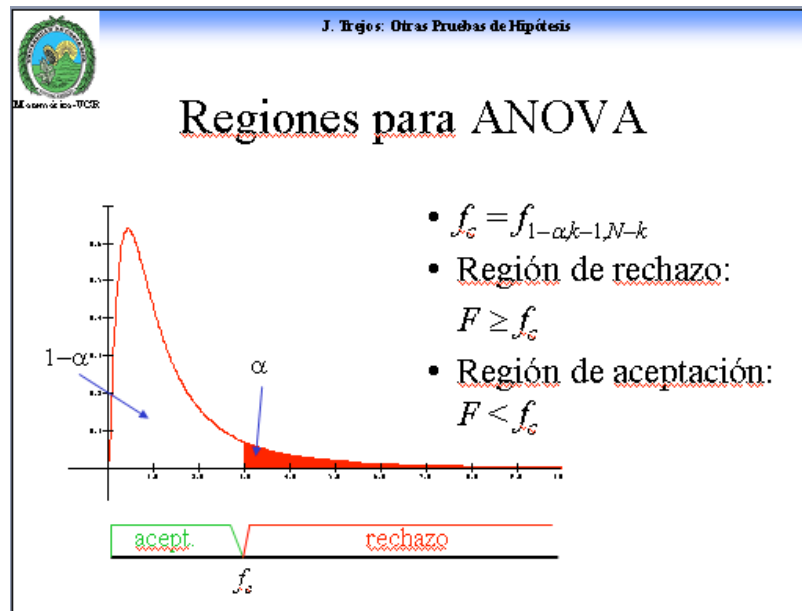


Figura 3. Ejemplo de lámina elaborada con el paquete Power Point.

2.2.2 Ejercicios

Varias sesiones se dedicaron a la resolución de ejercicios teóricos para asegurar la comprensión de las teorías y los modelos así como de los mecanismos usuales para el cálculo actuarial. Los ejercicios se resolvieron en la pizarra de manera colaborativa: un estudiante reflexionaba sobre las ideas principales, las exponía en la pizarra y entre todo el grupo se llegaba a la resolución final del ejercicio en el aula. Posteriormente se asignaba a un estudiante la edición y entrega final de la solución, utilizando el

procesador tipográfico *LaTeX* para lenguaje matemático. Este procedimiento permitía afinar el trabajo colaborativo en el grupo y perfeccionar el uso del procesador tipográfico utilizado en matemática. La Figura 4 ilustra la resolución de uno de estos ejercicios, en su versión final.

9. Estimación, Selección y Validación de Modelos

9.12. Problemas propuestos

Ejercicio 9.1 Un actuario quiere estimar el coste medio de los siniestros de los clientes de una cartera de seguros. Para ello dispone de una muestra del coste de n siniestros X_1, \dots, X_n . El actuario supone que las variables $X_i, i = 1, \dots, n$ son de tipo log-normal $\mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$, y por su experiencia previa establece que $\sigma^2 = \sigma_0^2$ es una cantidad fija y conocida.

1. Estimador de máxima verosimilitud del coste medio m :

De acuerdo con la fórmula (9.16) se sabe que el estimador de máxima verosimilitud de μ para una distribución log-normal es

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(X_i)$$

Luego, el teorema 7.8 de la página 135 indica que la esperanza de una variable aleatoria $X \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$ es

Figura 4. Ilustración de una tarea resuelta de manera colaborativa.

2.2.3 Software estadístico

Se dio orientación instruccional en el uso de software estadístico especializado para realizar cálculos estadísticos y modelar fenómenos aleatorios útiles en estadística actuarial. Además, se resolvieron ejercicios computacionales para el ajuste de modelos con base en datos estadísticos.

Los paquetes utilizados fueron:

a) **Excel®**. Hoja de cálculo comercial elaborada por *Microsoft*, ampliamente conocida, que tiene varias funciones estadísticas predefinidas, y que permite hacer cálculos básicos como el cálculo de intervalos de confianza y pruebas de hipótesis. Algunas de las funciones (pero no todas) aparecen el paquete libre OpenOffice, el cual se puede obtener del sitio <http://es.openoffice.org/> Para el empleo de estas herramientas, se crearon hojas electrónicas con macros que permiten al usuario calcular intervalos de confianza y pruebas de hipótesis en general, introduciendo únicamente los parámetros que usará en cada ocasión. Se hicieron las hojas para los siguientes casos: media de una población, comparación de medias de dos poblaciones, proporción de una población, diferencia de proporciones de dos poblaciones, varianza de una población, cociente de varianzas de dos poblaciones, análisis de la varianza con un factor.

b) **Winstats**. Programa gratuito que permite hacer gráficas y algunos cálculos estadísticos y probabilísticos sencillos. Se puede bajar del sitio <http://math.exeter.edu/rparris/winstats.html>

c) **R**. Paquete estadístico basado en bibliotecas, de uso libre, con una gran cantidad de programas que aportan los usuarios para cualquiera que los quiera usar. Se puede obtener en el sitio <http://www.r-project.org/>

d) **FirstBayes**. Programa libre especializado en el cálculo estadístico según los principios de la estadística bayesiana. Se puede obtener gratuitamente del sitio <http://tonyohagan.co.uk/1b/>. Un programa similar para el enfoque estadístico bayesiano que se pensó utilizar en un principio, pero que finalmente no hubo tiempo de emplearlo, es WinBugs, que se obtiene en <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/>.

2.2.4 Lecturas complementarias

Para eliminar el efecto lineal que tiene un curso tradicional de matemáticas, en el sentido apuntado más arriba de la secuencia definición-teorema-demostración, se dispuso asignar lecturas complementarias escogiendo textos de vulgarización escritos en prosa sobre la modelación de la incertidumbre en temas de interés para la sociedad actual.

En este semestre se escogieron dos libros para estas lecturas, ambos escritos por autores franceses: *El Azar*, de Ivar Ekeland [2], destacado profesor de la Universidad de Paris-Dauphine. Y *Pasando por Azar*, de los autores G. Pagès y C. Bouzitat [4], en su versión en lengua francesa. La idea es que los estudiantes se enfrenten a entender el texto en su versión original y sean capaces de exponer el contenido, aún si no tienen un entrenamiento previo en el manejo de la lengua.

El hilo conductor de [2] son las sagas escandinavas, escogiéndose partes de éstas donde los personajes de las sagas estuvieron confrontados a decisiones antes situaciones con resultado incierto. Los capítulos escogidos de *El Azar* fueron:

1. *Alea*. Trata sobre la aleatoriedad y la suerte, los juegos y las explicaciones que se han dado al azar históricamente en distintas culturas. Termina con una explicación de cómo funcionan los generadores de números aleatorios.
2. *El destino*. Ilustra la diferencia entre contingencia y determinismo exponiendo la sucesión de Champernowne y el experimento del demonio de Maxwell, y el experimento de la colocación de N dígitos en un tablero.
3. *La anticipación*. Aborda el tema de las previsiones en la toma de decisiones y las ventajas que pueden tener las personas que hacen buenas previsiones.
4. *El riesgo*. Habla de la diferencia entre el riesgo por ignorancia y por la presencia de un fenómeno aleatorio.
5. *El caos*. Se expone sobre la inestabilidad exponencial y las consecuencias de pequeños cambios.
6. *La estadística*. Se ilustran algunos conceptos estadísticos, no solo con las sagas escandinavas, sino también con algunos pasajes bíblicos; enseguida se plantean una serie de funciones que tiene un estadístico en el ejercicio de su profesión.

Por otra parte, al leer capítulos del libro [4] los estudiantes se vieron confrontados a hacer una lectura en un idioma que en general no dominaban (ninguno de ellos había llevado cursos de francés, con excepción de los que se dan en Secundaria en Costa Rica durante dos años). Los estudiantes escogieron temas relacionados con los juegos de azar (lotería, por ejemplo) y las finanzas:

1. “La importancia de marcar”, repasa la historia de la lotería en Francia y presenta distintos tipos de juegos que se ofrecen, para terminar calculando las probabilidades de ganar en varios de ellos.
2. “Los días son consecutivos, las bolas también”, se prueba con una serie de ecuaciones con números enteros que es más probable ganar en el Loto cuando se marcan dos números consecutivos que cuando no se hace esto.
3. “Con tal que se raspe”, analiza el juego de azar de raspar un billete de lotería y calcula las probabilidades de ganar un premio.
4. “Las opciones o los juegos de las finanzas y el azar”, donde se presenta un panorama entre las relaciones que recientemente se han establecido entre las finanzas y las probabilidades.
5. “Black & Scholes”, que hace una explicación sencilla del famoso teorema que llevó a los autores a ganar el Premio Nobel de Economía.

La Figura 5 muestra las portadas de estos dos libros usados como lecturas complementarias.



Figura 5. Portadas de los libros de lectura complementaria.

Por otra parte, también se utilizaron referencias científicas actualizadas, en el contexto de la vinculación entre docencia y la investigación, como se menciona en un documento aparte (ver Trejos (2011), referencia [12]).

2.2.5 Experimentación computacional

Como ya se indicó, se hizo cierta experimentación computacional, sobre todo para el ajuste de modelos y el estudio de si una serie de datos sigue una distribución de probabilidad o no, o bien cual distribución de probabilidad se ajusta mejor a los datos.

También se hizo un trabajo de análisis de los pesos de las bolas usadas por la Lotería Nacional en Costa Rica, con el fin de determinar si las bolas tiene aproximadamente el mismo peso o bien si se puede determinar que hay algunas significativamente más pesadas que otras. En conjunto con los estudiantes se fue delimitando el problema para escoger los grupos de bolas más pesadas y las más livianas, de acuerdo con el algoritmo óptimo de W.D. Fisher (basado en programación dinámica y que fue estudiado e implementado computacionalmente de forma independiente por los estudiantes), para luego pasar a la prueba de hipótesis de comparación de las medias de los pesos de las bolas pesadas y las bolas livianas. Se determinó que –dichosamente- no se encontró diferencia significativa en los pesos de los grupos de bolitas. Por otra parte, se hizo una prueba de chi-cuadrado entre las frecuencias de aparición de cada número como premio mayor de la lotería en los últimos y los pesos de las bolitas, llegándose a la conclusión de que las variables son independientes.

2.2.6 Seminarios

Se tenía planeado invitar a especialistas de áreas afines con las matemáticas para que expusieran su experiencia con el manejo de la incertidumbre, pero solo fue posible programar un seminario de una hora en este sentido con un colega de la Escuela de Estadística, que expuso sobre el planeamiento del censo nacional para el año 2011.

2.3 Mediación virtual

Se utilizó el sistema *Claroline* para la mediación virtual en Internet con los estudiantes. Este sistema está instalado en el portal de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, y éste promueve que sus profesores lo usen. La dirección es <http://www.emate.ucr.ac.cr/> Cada profesor que lo desea define sus cursos y otras actividades, haciendo un enlace para cada uno. El la Figura 6 se ilustra la página principal que se usó en el curso de Estadística Actuarial 2.

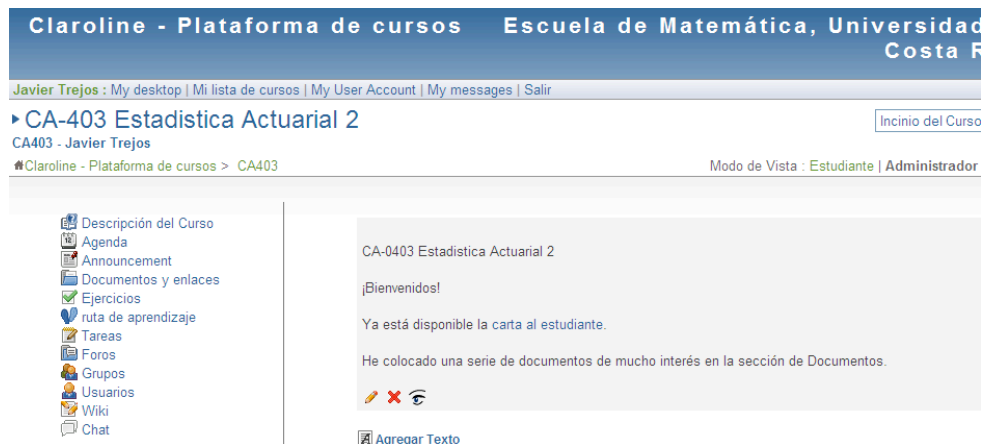


Figura 6. Página principal del curso en el sistema Claroline.

Para el presente caso, el profesor alimentó la información contenida en el enlace correspondiente al curso CA-403 Estadística Actuarial II. El sitio contiene la siguiente información, cuyo acceso se hace mediante enlaces de hipertexto:

- **Descripción del curso:** contiene los principales elementos de la planeación *a priori* del curso, como:
 - Bibliografía (la misma indicada más abajo).
 - Descripción. Se indica que “Se trata de modelar distintas situaciones del ejercicio profesional en actuariado, especialmente en el contexto de los seguros, usando herramientas estadísticas.”
 - Calificaciones y objetivos. Se mencionan las competencias a desarrollar, y los criterios de desempeño, tal como fueron expuestos.
 - Contenido del curso, los mismos antes mencionados.
 - Actividades de enseñanza-aprendizaje. Se indica el desarrollo teórico (basado en la referencia bibliográfica [6]), las lecturas complementarias (basadas en las referencias [1], [2], [3], [4]), y la práctica computacional (el paquete estadístico R, [5]).
 - Soporte. Este mismo recurso de *Claroline*.
 - Recursos humanos y físicos. El nombre y los datos del facilitador, como el correo electrónico, número de oficina, número de buzón, horas de atención a estudiantes, número de teléfono.
 - Métodos de evaluación. Los mismos indicados en este documento.
- **Agenda:** sirve para dejar constancia escrita de fecha que están programadas para la entrega de algún material por parte de los alumnos, u otras actividades que pueden resultar de interés como seminarios o conferencias que se vayan a impartir en la universidad y que tengan relación con el curso.
- **Anuncios:** sirve para anunciar eventos importantes, como la cancelación extraordinaria de alguna clase por motivos de salud o de viaje al extranjero, los horarios de reposición de clases perdidas, links importantes a sitios Internet relacionados con el curso.
- **Documentos y enlaces.** Sirve para poner a disposición de los estudiantes los documentos más importantes que se tengan en versión digital, o links a sitios internet relevantes para el curso. Contiene las transparencias usadas en el curso. La Figura 7 muestra una parte del contenido de esta sección.

- **Ejercicios.** Se publican prácticas quincenales para que los estudiantes las resuelvan. Se trata de probar propiedades matemáticas. Se resuelven en la pizarra para revisar su correcta resolución, y luego se le encomienda a un estudiante que redacte la resolución en Latex. No tienen un valor en la nota final, con excepción de la calidad de la escritura de la resolución correcta.
- **Ruta de aprendizaje.** Es un recurso que se utilizó en esta ocasión.
- **Tareas.** Se publican ejercicios prácticos, que requieren de cálculo computacional, ya sea en R o en hoja electrónica (Excel u OpenOffice Calc).
- **Foros.** Es un recurso que no se utilizó en esta ocasión.
- **Grupos.** Es un recurso que no se utilizó en esta ocasión ya que el grupo completo de estudiantes era muy pequeño.
- **Usuarios.** Sirve para definir los usuarios, que en este caso son los estudiantes matriculados en el curso. Cabe mencionar que hubo dos personas desde el extranjero que se mostraron interesadas en seguir el curso, pero solo lo hicieron por un par de semanas. En total hubo 9 usuarios (los 6 estudiantes, el profesor, y 2 extranjeros).
- **Wiki.** Es el recurso típico de añadir texto por parte de los usuarios, pero en este caso prácticamente no se utilizó.
- **Chat.** Sirve para la comunicación inmediata entre los estudiantes que estén conectados, o entre ellos con el profesor. Sin embargo, requiere la sincronización de las personas en estar conectadas con el recurso al mismo tiempo, y por ello prácticamente no se utilizó.

► Documentos y enlaces

Subir | Buscar | Descargar el directorio actual | Levantar archivo | Create Directory | Crear un enlace | Crear un documento

Nombre	Tamaño	Fecha	Modificar	Borrar	Mover	Visibi
Carta_Estudiante_CA-403_I-2010.pdf Carta al Estudiante	133.02 KB	25.08.2010				
CONAC-_ActuariosTrabajando_2008Num1.pdf Revista Mexicana de Actuaría	1.95 MB	25.08.2010				
Estadistica_Actuarial_2_-_U_de_Costa_Rica_-_J_Trejos.pdf Descripción del curso en el proyecto INNOVA-CESAL.	101.11 KB	25.08.2010				
Estimacion_Modelos.pdf Transparencias del capítulo 9.	351.3 KB	25.08.2010				
Fitting_data_to_distributions.pdf Conviene leer esas transparencias de un curso que se dio en la Florida.	451.2 KB	25.08.2010				
Frecuencias.xls Frecuencias de las bolitas (usar 145 filas y hasta la columna IR)	550 KB	25.08.2010				
Otros_tipos_de_pruebas.pdf	258.15 KB	25.08.2010				

Figura 7. Sección de Documentos y enlaces.

2.4 Evaluación y niveles de logro

Las evidencias que debe mostrar un estudiante que ha asimilado el curso son:

- Logra modelar un problema actuarial escogiendo el modelo teórico apropiado a partir de un conjunto de datos.
- Hace los cálculos que permiten encontrar los valores apropiados para un modelo con el fin de tomar una decisión.
- Es capaz de hacer una síntesis de lecturas alrededor del tema de la incertidumbre en casos de evaluación del riesgo.

Por razones reglamentarias, en la Universidad de Costa Rica se debe asignar una nota numérica entre 0 y 10 en cada curso con fin de decidir si se aprueba o reprueba el curso; la nota mínima de aprobación es 7. Esta nota será calculada de la siguiente forma:

La nota de aprovechamiento (NA) se calculará así:

Resolución de ejercicios teóricos:	40%
Lecturas complementarias:	20%
Elaboración de síntesis y reportes:	20%
Práctica computacional:	20%

La nota final (NF) se calculará así:

NA:	65%
Nota del examen final:	35%

Se pensó eximir del examen final los estudiantes con NA mayor o igual que 7.0

Los estudiantes con nota final igual a 6.0 ó 6.5 tendrían derecho a presentar un examen de ampliación. Sin embargo, en la práctica, de los 6 estudiantes matriculados 2 se retiraron antes de la finalización del semestre y no completaron la evaluación. Los otros cuatro, tuvieron un rendimiento muy satisfactorio y todos se eximieron del examen final.

3. Métodos empleados para el seguimiento y observación del cambio

3.1 Proyecto de Vida

En la primera clase, se les pidió a los estudiantes que redactaran un *Proyecto de Vida*, es decir, un texto de una a dos páginas donde expusieran qué querían de la vida, cómo se veían en su carrera, cómo se veían en su ejercicio profesional, y cómo se veían en su vida personal de aquí a 5 y 10 años. Los textos fueron entregados únicamente al profesor, quien solo hizo comentarios generales al grupo, pero sí hizo comentarios personalizados con cada estudiante. Lo más importante de esta actividad fue la posibilidad de entrar en un mundo al que los profesores casi nunca nos interesamos, como es el de las aspiraciones personales de los alumnos, aparte del ejercicio de su profesión. Me pude percatar que hay poca relación entre la profesión y las aspiraciones personales, a pesar de que todos quieren ser excelentes profesionales y que eso los llenaría de mucha satisfacción personal.

3.2 Revisión de prensa

En las primeras dos semanas, se pidió a los estudiantes revisar la prensa nacional e internacional, para escoger y comentar situaciones donde estuviera involucrado el concepto de riesgo e incertidumbre, para

discutir qué repercusiones pueden tener estos fenómenos en su ejercicio profesional. Esta actividad mostró ser de gran valor y fue muy apreciada por los estudiantes.

3.2.1 Noticias nacionales

1) Científicos piden acelerar prevención por terremoto (3 agosto 2009).

http://www.nacion.com/ln_ee/2009/agosto/03/sucesos2044863.html

2) Vienen grandes cambios en seguros (12 marzo 2010)

http://www.larepublica.net/app/cms/www/index.php?id_menu=96&pk_articulo=34397

3) 1915 accidentes laborales (marzo 2010)

<http://www.sancarlosaldia.com/noticias/notas-generales/1915-accidentes-laborales-2.html>

3.2.2 Noticias internacionales

1) Cómo vivir en un clima incierto - Banco Interamericano de Desarrollo (BID, 7 diciembre 2009)

<http://www.iadb.org/news/detail.cfm?lang=es&id=6083&artid=6083>

2) El Niño se pone caprichoso (Argentina, 6 febrero 2010)

<http://www.clarin.com/suplementos/rural/2010/02/06/r-02134378.htm>

3) Tailandia emite alerta de tsunami tras fuerte sismo en Indonesia (China, 7 abril 2010)

<http://spanish.peopledaily.com.cn/31614/6942429.html>

4) Devaluación del tipo de cambio oficial en Venezuela (Colombia, 14 enero 2010)

http://www.portafolio.com.co/opinion/columnistas/otroscolumnistas/ARTICULO-WEB-NOTA_INTERIOR_PORTA-6946529.html

5) Los seguros pueden subir un 30% por las nuevas normas (España, 11 marzo 2010)

http://www.elpais.com/articulo/economia/seguros/pueden/subir/nuevas/normas/elpepueco/20100311elpepieco_13/Tes

6) Expertos cifran en 403 los negocios gaditanos que quebraron en 2009 (España, 5 marzo 2010)

<http://www.europasur.es/article/provincia/645747/expertos/cifran/los/negocios/gaditanos/quebraron.html>

7) Este otoño podría ser el más lluvioso en 30 años (Argentina, 4 febrero 2010)

http://www.lanacion.com.ar/nota.asp?nota_id=1236631

8) Sequía amenaza a Centroamérica (Nicaragua, 15 febrero 2010)

<http://www.canal15.com.ni/videos/11374>

9) Toda España en alerta por bajas temperaturas, lluvia, nieve o viento (España, 14 febrero 2010)

<http://noticias.terra.es/2010/espana/0214/actualidad/manana-nevadas-en-cotas-bajas-del-interior-y-precipitaciones-en-andalucia.aspx>

10) Incertidumbre en el mercado francés de maquinaria y materiales de construcción (España, 18 febrero 2009)

http://www.icex.es/icex/cda/controller/pageICEX/0,6558,5518394_5596418_6366453_4191195_409_FR_p5712609,00.html

11) Incertidumbre en Asia oriental y el Pacífico: Testimonios de la crisis financiera (Banco Mundial, 10 diciembre 2008)

<http://web.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/BANCOMUNDIAL/NEWSSPANHISH/0,,print:Y~isCURL:Y~contentMDK:22010629~pagePK:34370~piPK:34424~theSitePK:1074568,00.html>

12) Alertarán a sinaloenses sobre sismos y huracanes a través de SMS (México, 6 marzo 2010)
<http://www.informador.com.mx/mexico/2010/183763/6/alertaran-a-sinaloenses-sobre-sismos-y-huracanes-a-traves-de-sms.htm>

13) México: Estallará impacto negativo de pensiones en 5 ó 10 años más (México, 2 marzo 2010)
<http://radioinformaremosmexico.wordpress.com/2010/03/02/mexico-%E2%80%9Ccestallara%E2%80%9D-impacto-negativo-de-pensiones-en-5-o-10-anos-mas-guadalupe-cruz/>

14) La carrera de fondo de los planes de pensiones (España, 2 abril 2010)
<http://www.expansion.com/2010/04/01/economia-politica/1270156187.html>

15) Canadians worried about the viability of pensions: poll (Canadá, 1 marzo 2010)
<http://money.canoe.ca/money/mymoney/canada/archives/2010/03/20100301-124259.html>

16) Pronostican más terremotos en Chile en los próximos meses (Chile, marzo 2010)
<http://www.publimetro.cl/nota/noticias/pronostican-mas-terremotos-en-chile-durante-los-proximos-meses/CPIjch!6gOpQi0nvVzS05TLy4fqw/>

17) Prevén temporada de huracanes (Yahoo México, 10 marzo 2010)
<http://mx.news.yahoo.com/s/10032010/2/n-weather-accuweather-preve-temporada-huracanes-2010.html>

18) Nuevas lluvias se esperan para el centro y norte del litoral (Argentina, 24 febrero 2010)
http://www.ellitoral.com/index.php/id_um/49694-nuevas-lluvias-se-esperan-para-el-centro-y-norte-del-litoral

19) Las lluvias provocan al menos 95 muertos en Río de Janeiro (España, 7 abril 2010)
http://www.elpais.com/articulo/internacional/lluvias/provocan/95/muertos/Rio/Janeiro/elpepuint/20100406/elpepuint_10/Tes

20) Desempleo en el DF se mantendrá durante 2010 (México, 24 enero 2010)
<http://www2.esmas.com/noticierostelevisa/mexico/df/132602/desempleo-df-se-mantendra-durante-2010>

3.3 Bitácora

Desde el principio del semestre se llevó un cuaderno de bitácora, con el fin de anotar día a día las experiencias del curso: las actividades realizadas comparadas con las actividades previstas, anotaciones sobre comentarios de los estudiantes, dificultades encontradas. En la Tabla 1 se muestra una comparación entre las actividades previstas según el calendario de 15 semanas que tiene el semestre, versus las actividades efectivamente realizadas. Se puede notar cómo poco a poco hay un desfase entre lo programado y lo realizado, que empieza a darse desde la segunda semana, y que termina siendo muy grande en la última semana. Tanto es así, que de 7 lecturas programadas solo se pudieron asignar 7, y los temas de Ruina y Modelo IBNR no pudieron siquiera abordarse, a no ser por una breve mención en la última clase.

Tabla 1. Calendario semanal: comparación entre las actividades previstas y las actividades realizadas.

Semana	Actividad prevista	Actividad realizada
1	Repaso de pruebas de hipótesis, bondad de ajuste. Estimación con modelos de Poisson y binomial negativo. Revisión de prensa; discusión sobre lo observado. Asignación de lectura #1.	Repaso de prueba de hipótesis, bondad de ajuste, análisis de la varianza. Ejercicios prácticos en Excel sobre estos temas. Revisión de prensa. Redacción de proyecto de vida.
2	Estimación con modelos logarítmicos, log-normales, Pareto. Revisión de prensa; discusión sobre lo observado. Asignación de lectura #2.	Estimación de modelos de Poisson y binomial negativo. Revisión de prensa. Revisión del proyecto de vida. Asignación de lectura #1: <i>Al Azar</i> .
3	Estimación con modelos inverso Gaussiano, extremos; selección y validación de modelos. Revisión de prensa; discusión sobre lo observado. Asignación de ejercicios sobre modelos. Exposición de lectura #1. Asignación de lectura #3.	Estimación con modelos logarítmicos, log-normales, Pareto. Uso de R.
4	Teorema de Bayes, estimación bayesiana puntual, inferencia bayesiana y teoría de la decisión. Resolución de ejercicios sobre modelos. Exposición de lectura #2. Asignación de temas en tarificación. Asignación de ejercicios sobre estadística bayesiana.	Exposiciones de lectura #1. Estimación con modelos inverso Gaussiano, extremos. Asignación de lectura # 2. Asignación de ejercicios sobre modelos.
5	Análisis bayesiano para datos normales y binarios, simulación. Asignación de ejercicios sobre inferencia bayesiana. Uso del paquete <i>WinBugs</i> . Exposición de lectura #3.	Teorema de Bayes. Resolución de ejercicios sobre modelos.
6	Resolución de ejercicios sobre estadística e inferencia bayesiana. Estudio del modelo de riesgo colectivo. Asignación de lectura #4.	Exposición de lectura #2. Estimación bayesiana puntual, inferencia bayesiana y teoría de la decisión. Asignación de ejercicios sobre estadística bayesiana.
7	Estudio del modelo de riesgo individual. Asignación de ejercicios sobre riesgos.	Exposición de lectura #2 (cont.). Análisis bayesiano para datos normales y binarios, simulación. Asignación de ejercicios sobre inferencia bayesiana.
8	Estudio de temas de tarificación. Resolución de ejercicios sobre riesgos. Asignación de ejercicios sobre tarificación. Exposición de lectura #4. Asignación de lectura #5	Resolución de ejercicios sobre estadística bayesiana y sobre inferencia bayesiana. Asignación de lectura #3.
9	Estudio de temas de tarificación.	Uso del paquete <i>FirstBayes</i> .
10	Resolución de ejercicios sobre tarificación. Estudio del modelo IBNR	Estudio del modelo de riesgo individual.
11	Exposición de lectura #5. Estudio de la teoría de ruina. Asignación de lectura #6.	Exposición de lectura #3 (<i>En Passant par Hasard</i>)
12	Estudio de la teoría de ruina.	Exposición de lectura #3 (<i>En Passant par</i>

	Asignación de ejercicios sobre ruina.	<i>Hasard</i>). Asignación de lectura #4.
13	Resolución de ejercicios sobre ruina. Exposición de lectura #6. Asignación de lectura #7.	Estudio del modelo de riesgo individual (cont.) Asignación de ejercicios sobre riesgos
14	Redacción de documentos de síntesis.	Estudio de temas de tarificación. Charla con especialista en censos.
15	Exposición lectura #7.	Exposición de lectura #4. Resolución de ejercicios sobre riesgos.

4. Resultados

El principal resultado de la implementación es que se pudo, efectivamente, abordar el curso avanzado de Estadística Actuarial, de una manera amena e interesante para los estudiantes. Los testimonios de ellos fueron muy positivos, valorando la parte profesionalizante que tuvo el enfoque del curso.

Cabe mencionar que no se descuidó la parte formal y de profundización, pero no se privilegió frente a otros aspectos importantes que tiene la formación profesional.

Entre los puntos fuertes del curso están:

- Estudio formal de modelos estadísticos útiles en el cálculo actuarial.
- Estudio práctico de modelos estadísticos útiles en el cálculo actuarial.
- Ubicación de la carrera en la sociedad, a través del estudio de la prensa.
- Ubicación del fenómeno de la aleatoriedad en la sociedad, a través de lecturas complementarias.

Ciertamente, no se pudo cubrir toda la materia planeada. En buena medida, esto se debió a que se dedicó bastante tiempo a actividades diferentes a la exposición de materia. Ahora bien, los estudiantes tendrán al finalizar el curso la capacidad de estudiar los temas no abordados (modelo IBNR y ruina) por su cuenta, ya que tienen la formación matemática para entenderlos y deducir las propiedades, y la competencia computacional para aplicarlos.

5. Discusión

El curso fue todo un éxito, tanto desde el punto de vista de la carrera de Ciencias Actuariales como del proyecto INNOVA-CESAL. En efecto, se logró terminar el curso según el programa de la carrera cubriendo prácticamente todo el temario, pero además se le dio al estudiante una visión más completa de su profesión. Por otra parte, se logró intervenir el curso según los objetivos del proyecto INNOVA-CESAL, pues se trabajó desde el enfoque del pensamiento complejo y las competencias profesionales usando TIC.

Cabrán hacer algunos ajustes en una futura implementación del curso, especialmente en cuanto a la longitud del temario a cubrir, pero ya esto se verá en un futuro cercano.

6. Bibliografía

6.1 Referencias bibliográficas del curso

- [1] Dacunha-Castelle, D. (1996) *Les Chemins de l'Aléatoire*. Flammarion, Paris.
- [2] Ekeland, I. (1992) *Al Azar. La Suerte, la Ciencia y el Mundo*. Editorial Gedisa, Barcelona.
- [3] Gårding, L. (1977) *Encounter with Mathematics*. Springer, New York.
- [4] Pagès, G.; Bouzitat, C. (1999) *En Passant pas Hasard*. Vuibert, París.
- [5] Rizzi Manuales sobre R.

[6] Sarabia, J.M.; Gómez, E.; Vázquez, F.J. (2007) *Estadística Actuarial. Teoría y Aplicaciones*. Pearson Prentice-Hall, Madrid.

6.2 Otras referencias bibliográficas para el curso

Otras referencias importantes que se usaron en el curso fueron:

[7] Ayuso, M.; Corrales, H.; Guillén, M.; Pérez-Marín, A.M.; Rojo, J.L. (2006) *Estadística Actuarial Vida*. Ediciones de la Universitat de Barcelona, Barcelona.

[8] Sitio <http://www.toodoc.com/estadistica-para-actuarios-ebook.html>, con información interesante para el gremio de los actuarios.

6.3 Referencias bibliográficas para la elaboración de este reporte

[9] 6x4 UEALC (2008) *Propuestas y Acciones Universitarias para la Transformación de la Educación Superior en América Latina*. Informe Final del Proyecto 6x4 UEALC, Resumen Ejecutivo, México - Colombia.

[10] Tobón, S. (2005) *Formación Basada en Competencias. Pensamiento complejo, Diseño Curricular y Didáctica*, Segunda Edición. ECOE Ediciones, Bogotá.

[11] Trejos, J (2011) "Introducción de elementos de investigación en un curso de estadística actuarial", en *Guía para la vinculación de la investigación con la docencia en el aula y su vinculación con la sociedad. Casos de éxito en Ciencias Básicas*, Proyecto INNOVA-CESAL.

[12] Verdejo, P.; Freixas, R. (2009) "Educación para el pensamiento complejo y competencias. Diseño de tareas y experiencias de aprendizaje." Proyecto Innova-Cesal, Primera reunión.